Mecánica Clásica Alternativa IV

Alejandro A. Torassa

Licencia Creative Commons Atribución 3.0
(2014) Buenos Aires, Argentina
atorassa@gmail.com

- versión 1 -

Este trabajo presenta una mecánica clásica alternativa que es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia y que puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia sin necesidad de introducir fuerzas ficticias. En adición, un nuevo principio de conservación de la energía es presentado.

Sistema de Referencia Inercial

El sistema de referencia inercial $\hat{\text{S}}$ es un sistema de referencia que está fijo a un sistema de partículas y cuyo origen coincide con el centro de masa del sistema de partículas. Este sistema de partículas (de ahora en más sistema-libre) está siempre libre de fuerzas externas e internas.

La posición inercial $\hat{\mathbf{r}}_a$, la velocidad inercial $\hat{\mathbf{v}}_a$ y la aceleración inercial $\hat{\mathbf{a}}_a$ de una partícula A respecto al sistema de referencia inercial $\hat{\text{S}}$, son como sigue:

$$\hat{\mathbf{r}}_a \doteq (\mathbf{r}_a)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_a \doteq d(\mathbf{r}_a)/dt$$

$$\hat{\mathbf{a}}_a \doteq d^2(\mathbf{r}_a)/dt^2$$

donde $\mathbf{r}_a$ es la posición de la partícula A respecto al sistema de referencia inercial $\hat{\text{S}}$.

Nueva Dinámica

[1] Una fuerza siempre es causada por la interacción entre dos partículas.

[2] La fuerza neta $\mathbf{F}_a$ que actúa sobre una partícula A de masa m_a produce una aceleración inercial $\hat{\mathbf{a}}_a$ según la siguiente ecuación: $\hat{\mathbf{a}}_a = \mathbf{F}_a/m_a$

[3] Este trabajo considera que no todas las fuerzas obedecen la tercera ley de Newton (en su forma fuerte o en su forma débil)

Definiciones

Para un sistema de N partículas, las siguientes definiciones son aplicables:

Masa	$M \doteq \sum_i m_i$
Momento Lineal	$\hat{\mathbf{P}} \doteq \sum_i m_i \hat{\mathbf{v}}_i$
Momento Angular	$\hat{\mathbf{L}} \doteq \sum_i m_i \hat{\mathbf{r}}_i \times \hat{\mathbf{v}}_i$
Trabajo	$\hat{W} \doteq \sum_i \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\hat{\mathbf{r}}_i = \sum_i \Delta\, {}^1\!/_2\, m_i\, (\hat{\mathbf{v}}_i)^2$
Energía Cinética	$\Delta \hat{K} \doteq \sum_i \Delta\, {}^1\!/_2\, m_i\, (\hat{\mathbf{v}}_i)^2$
Energía Potencial	$\Delta \hat{U} \doteq \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\hat{\mathbf{r}}_i$
Lagrangiano	$\hat{L} \doteq \hat{K} - \hat{U}$

Principios de Conservación

El momento lineal $\hat{\mathbf{P}}$ de un sistema aislado de N partículas permanece constante si las fuerzas internas obedecen la tercera ley de Newton en su forma débil.

$$\hat{\mathbf{P}} = \text{constante} \qquad \left[\, d(\hat{\mathbf{P}})/dt = \sum_i m_i \hat{\mathbf{a}}_i = \sum_i \mathbf{F}_i = 0 \,\right]$$

El momento angular $\hat{\mathbf{L}}$ de un sistema aislado de N partículas permanece constante si las fuerzas internas obedecen la tercera ley de Newton en su forma fuerte.

$$\hat{\mathbf{L}} = \text{constante} \qquad \left[\, d(\hat{\mathbf{L}})/dt = \sum_i m_i \hat{\mathbf{r}}_i \times \hat{\mathbf{a}}_i = \sum_i \hat{\mathbf{r}}_i \times \mathbf{F}_i = 0 \,\right]$$

La energía mecánica $\hat{E}$ de un sistema de N partículas permanece constante si el sistema está sujeto solamente a fuerzas conservativas.

$$\hat{E} \doteq \hat{K} + \hat{U} = \text{constante} \qquad \left[\, \Delta \hat{E} = \Delta \hat{K} + \Delta \hat{U} = 0 \,\right]$$

Transformaciones

La posición inercial $\hat{\mathbf{r}}_a$, la velocidad inercial $\hat{\mathbf{v}}_a$ y la aceleración inercial $\hat{\mathbf{a}}_a$ de una partícula A respecto a un sistema de referencia S, están dadas por:

$$\hat{\mathbf{r}}_a = \mathbf{r}_a - \mathbf{R}$$

$$\hat{\mathbf{v}}_a = \mathbf{v}_a - \boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{r}_a - \mathbf{R}) - \mathbf{V}$$

$$\hat{\mathbf{a}}_a = \mathbf{a}_a - 2\,\boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{v}_a - \mathbf{V}) + \boldsymbol{\omega}\times[\boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{r}_a - \mathbf{R})] - \boldsymbol{\alpha}\times(\mathbf{r}_a - \mathbf{R}) - \mathbf{A}$$

donde $\mathbf{r}_a$, $\mathbf{v}_a$ y $\mathbf{a}_a$ son la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula A respecto al sistema de referencia S. $\mathbf{R}$, $\mathbf{V}$ y $\mathbf{A}$ son la posición, la velocidad y la aceleración del centro de masa del sistema-libre respecto al sistema de referencia S. $\boldsymbol{\omega}$ y $\boldsymbol{\alpha}$ son la velocidad angular y la aceleración angular del sistema-libre respecto al sistema de referencia S.

La posición $\mathbf{R}$, la velocidad $\mathbf{V}$ y la aceleración $\mathbf{A}$ del centro de masa del sistema-libre respecto al sistema de referencia S, y la velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$ y la aceleración angular $\boldsymbol{\alpha}$ del sistema-libre respecto al sistema de referencia S, son como sigue:

$$M \doteq \textstyle\sum_i^N m_i$$

$$\mathbf{R} \doteq M^{-1} \textstyle\sum_i^N m_i\,\mathbf{r}_i$$

$$\mathbf{V} \doteq M^{-1} \textstyle\sum_i^N m_i\,\mathbf{v}_i$$

$$\mathbf{A} \doteq M^{-1} \textstyle\sum_i^N m_i\,\mathbf{a}_i$$

$$\boldsymbol{\omega} \doteq \mathbf{I}^{-1}\cdot\mathbf{L}$$

$$\boldsymbol{\alpha} \doteq d(\boldsymbol{\omega})/dt$$

$$\mathbf{I} \doteq \textstyle\sum_i^N m_i\,[|\mathbf{r}_i - \mathbf{R}|^2\,\mathbf{1} - (\mathbf{r}_i - \mathbf{R})\otimes(\mathbf{r}_i - \mathbf{R})]$$

$$\mathbf{L} \doteq \textstyle\sum_i^N m_i\,(\mathbf{r}_i - \mathbf{R})\times(\mathbf{v}_i - \mathbf{V})$$

donde M es la masa del sistema-libre, $\mathbf{I}$ es el tensor de inercia del sistema-libre (respecto a $\mathbf{R}$) y $\mathbf{L}$ es el momento angular del sistema-libre respecto al sistema de referencia S (el sistema-libre de N partículas debe ser tridimensional y las distancias relativas entre las N partículas deben ser constantes)

Ecuación de Movimiento

Desde la tercera transformación se deduce que la aceleración $\mathbf{a}_a$ de una partícula A de masa m_a respecto a un sistema de referencia S, está dada por:

$$\mathbf{a}_a \;=\; \mathbf{F}_a/m_a + 2\,\boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{v}_a - \mathbf{V}) - \boldsymbol{\omega}\times[\boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{r}_a - \mathbf{R})] + \boldsymbol{\alpha}\times(\mathbf{r}_a - \mathbf{R}) + \mathbf{A}$$

donde $\mathbf{F}_a$ es la fuerza neta que actúa sobre la partícula A ($\hat{\mathbf{a}}_a = \mathbf{F}_a/m_a$)

Observaciones

La mecánica clásica alternativa de partículas presentada en este trabajo es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia y puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.

Este trabajo considera, por un lado, que no todas las fuerzas obedecen la tercera ley de Newton (en su forma fuerte o en su forma débil) y, por otro lado, que todas las fuerzas son invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia ($\mathbf{F}' = \mathbf{F}$)

Finalmente, desde la ecuación de movimiento se deduce que un sistema de referencia S es inercial cuando ($\boldsymbol{\omega} = 0$ y $\mathbf{A} = 0$) y que éste es no inercial cuando ($\boldsymbol{\omega} \neq 0$ o $\mathbf{A} \neq 0$)

Bibliografía

D. Lynden-Bell and J. Katz, Classical Mechanics without Absolute Space (1995)

J. Barbour, Scale-Invariant Gravity: Particle Dynamics (2002)

R. Ferraro, Relational Mechanics as a Gauge Theory (2014)

A. Torassa, Ecuación General de Movimiento (2013)

A. Torassa, Mecánica Clásica Alternativa (2013)

A. Torassa, Una Reformulación de la Mecánica Clásica (2014)

A. Torassa, Un Nuevo Principio de Conservación de la Energía (2014)

Apéndice

Para un sistema de N partículas, las siguientes definiciones son también aplicables:

Momento Angular $\hat{\mathbf{L}}' \doteq \sum_i m_i (\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_{cm}) \times (\hat{\mathbf{v}}_i - \hat{\mathbf{v}}_{cm})$

Trabajo $\hat{W}' \doteq \sum_i \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_{cm}) = \sum_i \Delta\, {}^1\!/\!_2\, m_i (\hat{\mathbf{v}}_i - \hat{\mathbf{v}}_{cm})^2$

Energía Cinética $\Delta \hat{K}' \doteq \sum_i \Delta\, {}^1\!/\!_2\, m_i (\hat{\mathbf{v}}_i - \hat{\mathbf{v}}_{cm})^2$

Energía Potencial $\Delta \hat{U}' \doteq \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_{cm})$

Lagrangiano $\hat{L}' \doteq \hat{K}' - \hat{U}'$

donde $\hat{\mathbf{r}}_{cm}$ y $\hat{\mathbf{v}}_{cm}$ son la posición inercial y la velocidad inercial del centro de masa del sistema de partículas. $\sum_i \int_1^2 m_i\, \hat{\mathbf{a}}_i \cdot d(\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_{cm}) = \sum_i \int_1^2 m_i (\hat{\mathbf{a}}_i - \hat{\mathbf{a}}_{cm}) \cdot d(\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_{cm}) = \sum_i \Delta\, {}^1\!/\!_2\, m_i (\hat{\mathbf{v}}_i - \hat{\mathbf{v}}_{cm})^2$

El momento angular $\hat{\mathbf{L}}'$ de un sistema aislado de N partículas permanece constante si las fuerzas internas obedecen la tercera ley de Newton en su forma fuerte.

$\hat{\mathbf{L}}' = \text{constante}$

$d(\hat{\mathbf{L}}')/dt = \sum_i m_i (\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_{cm}) \times (\hat{\mathbf{a}}_i - \hat{\mathbf{a}}_{cm}) = \sum_i m_i (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) \times \hat{\mathbf{a}}_i = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = 0$

$\hat{\mathbf{L}}' \doteq \sum_i m_i (\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_{cm}) \times (\hat{\mathbf{v}}_i - \hat{\mathbf{v}}_{cm}) = \sum_i m_i (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) \times [\mathbf{v}_i - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) - \mathbf{v}_{cm}]$

La energía mecánica $\hat{E}'$ de un sistema de N partículas permanece constante si el sistema está sujeto solamente a fuerzas conservativas.

$\hat{E}' \doteq \hat{K}' + \hat{U}' = \text{constante}$

$\Delta \hat{E}' = \Delta \hat{K}' + \Delta \hat{U}' = 0$

$\Delta \hat{K}' \doteq \sum_i \Delta\, {}^1\!/\!_2\, m_i (\hat{\mathbf{v}}_i - \hat{\mathbf{v}}_{cm})^2 = \sum_i \Delta\, {}^1\!/\!_2\, m_i [\mathbf{v}_i - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) - \mathbf{v}_{cm}]^2$

$\Delta \hat{U}' \doteq \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_{cm}) = \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm})$

donde $\mathbf{r}_{cm}$ y $\mathbf{v}_{cm}$ son la posición y la velocidad del centro de masa del sistema de partículas respecto a un sistema de referencia S y $\boldsymbol{\omega}$ es la velocidad angular del sistema-libre respecto al sistema de referencia S. Si el sistema de partículas es aislado y si las fuerzas internas obedecen la tercera ley de Newton en su forma débil entonces: $\sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) = \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i$

Nuevo Principio de Conservación de la Energía

- versiones 1 & 2 -

Para un sistema de N partículas, las siguientes definiciones son también aplicables:

Trabajo $\quad W \doteq \sum_i \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\bar{\mathbf{r}}_i + \Delta\, 1/2\, \mathbf{F}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_i \right) = \Delta K$

Energía Cinética $\quad \Delta K \doteq \sum_i \Delta\, 1/2\, m_i \left(\bar{\mathbf{v}}_i \cdot \bar{\mathbf{v}}_i + \bar{\mathbf{a}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_i \right)$

Energía Potencial $\quad \Delta U \doteq -\sum_i \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\bar{\mathbf{r}}_i + \Delta\, 1/2\, \mathbf{F}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_i \right)$

donde $\bar{\mathbf{r}}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}$, $\bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{cm}$, $\bar{\mathbf{a}}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{a}_{cm}$, $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{v}_i$ y $\mathbf{a}_i$ son la posición, la velocidad y la aceleración de la i-ésima partícula, $\mathbf{r}_{cm}$, $\mathbf{v}_{cm}$ y $\mathbf{a}_{cm}$ son la posición, la velocidad y la aceleración del centro de masa del sistema de partículas, m_i es la masa de la i-ésima partícula y $\mathbf{F}_i$ es la fuerza neta que actúa sobre la i-ésima partícula. Si el sistema de partículas es aislado y si las fuerzas internas obedecen la tercera ley de Newton en su forma débil entonces: $\sum_i \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\bar{\mathbf{r}}_i + \Delta\, 1/2\, \mathbf{F}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_i \right) = \sum_i \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i + \Delta\, 1/2\, \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i \right)$

El nuevo principio de conservación de la energía establece que si un sistema de N partículas está sujeto sólo a fuerzas conservativas entonces la energía mecánica E del sistema de partículas permanece constante.

$$E \doteq K + U = \text{constante} \qquad \left[\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0 \right]$$

El nuevo principio de conservación de la energía es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia ya que la energía cinética K, la energía potencial U y la energía mecánica E de un sistema de N partículas son invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia ($\mathbf{F}' = \mathbf{F} \mid m' = m \mid \bar{\mathbf{r}}' = \bar{\mathbf{r}} \mid \bar{\mathbf{v}}' \cdot \bar{\mathbf{v}}' + \bar{\mathbf{a}}' \cdot \bar{\mathbf{r}}' = \bar{\mathbf{v}} \cdot \bar{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{a}} \cdot \bar{\mathbf{r}}$)

El nuevo principio de conservación de la energía puede ser aplicado en cualquier sistema de referencia sin necesidad de introducir fuerzas ficticias y sin necesidad de introducir variables externas adicionales (tales como $\boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{V}$, $\breve{\omega}_S$, etc.)

Mecánica Clásica Alternativa IV

Alejandro A. Torassa

Licencia Creative Commons Atribución 3.0
(2014) Buenos Aires, Argentina
atorassa@gmail.com

- versión 2 -

Este trabajo presenta una mecánica clásica alternativa que es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia y que puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia sin necesidad de introducir fuerzas ficticias. En adición, un nuevo principio de conservación de la energía es presentado.

Sistema de Referencia Dinámico

El sistema de referencia dinámico Š es un sistema de referencia que puede ser utilizado para obtener magnitudes cinemáticas (tales como posición dinámica, velocidad dinámica, etc.) a partir principalmente de magnitudes dinámicas (tales como fuerza, masa, etc.)

La posición dinámica $\breve{\mathbf{r}}_a$, la velocidad dinámica $\breve{\mathbf{v}}_a$ y la aceleración dinámica $\breve{\mathbf{a}}_a$ de una partícula A de masa m_a respecto al sistema de referencia dinámico Š, son como sigue:

$$\breve{\mathbf{r}}_a \doteq \int\int (\mathbf{F}_a/m_a)\, dt\, dt$$

$$\breve{\mathbf{v}}_a \doteq \int (\mathbf{F}_a/m_a)\, dt$$

$$\breve{\mathbf{a}}_a \doteq (\mathbf{F}_a/m_a)$$

donde $\mathbf{F}_a$ es la fuerza neta que actúa sobre la partícula A.

Nueva Dinámica

[1] Una fuerza siempre es causada por la interacción entre dos partículas.

[2] La fuerza neta $\mathbf{F}_a$ que actúa sobre una partícula A de masa m_a produce una aceleración dinámica $\breve{\mathbf{a}}_a$ según la siguiente ecuación: $\breve{\mathbf{a}}_a \doteq \mathbf{F}_a/m_a$

[3] Este trabajo considera que no todas las fuerzas obedecen la tercera ley de Newton (en su forma fuerte o en su forma débil)

Definiciones

Para un sistema de N partículas, las siguientes definiciones son aplicables:

Masa	$M \doteq \sum_i m_i$
Momento Lineal	$\breve{\mathbf{P}} \doteq \sum_i m_i \breve{\mathbf{v}}_i$
Momento Angular	$\breve{\mathbf{L}} \doteq \sum_i m_i \breve{\mathbf{r}}_i \times \breve{\mathbf{v}}_i$
Trabajo	$\breve{W} \doteq \sum_i \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\breve{\mathbf{r}}_i = \sum_i \Delta\, {}^1\!/\!_2\, m_i\, (\breve{\mathbf{v}}_i)^2$
Energía Cinética	$\Delta\, \breve{K} \doteq \sum_i \Delta\, {}^1\!/\!_2\, m_i\, (\breve{\mathbf{v}}_i)^2$
Energía Potencial	$\Delta\, \breve{U} \doteq \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\breve{\mathbf{r}}_i$
Lagrangiano	$\breve{L} \doteq \breve{K} - \breve{U}$

Principios de Conservación

El momento lineal $\breve{\mathbf{P}}$ de un sistema aislado de N partículas permanece constante si las fuerzas internas obedecen la tercera ley de Newton en su forma débil.

$$\breve{\mathbf{P}} = \text{constante} \qquad \left[\, d(\breve{\mathbf{P}})/dt = \sum_i m_i \breve{\mathbf{a}}_i = \sum_i \mathbf{F}_i = 0 \,\right]$$

El momento angular $\breve{\mathbf{L}}$ de un sistema aislado de N partículas permanece constante si las fuerzas internas obedecen la tercera ley de Newton en su forma fuerte.

$$\breve{\mathbf{L}} = \text{constante} \qquad \left[\, d(\breve{\mathbf{L}})/dt = \sum_i m_i \breve{\mathbf{r}}_i \times \breve{\mathbf{a}}_i = \sum_i \breve{\mathbf{r}}_i \times \mathbf{F}_i = 0 \,\right]$$

La energía mecánica $\breve{E}$ de un sistema de N partículas permanece constante si el sistema está sujeto solamente a fuerzas conservativas.

$$\breve{E} \doteq \breve{K} + \breve{U} = \text{constante} \qquad \left[\, \Delta\, \breve{E} = \Delta\, \breve{K} + \Delta\, \breve{U} = 0 \,\right]$$

Transformaciones

La posición dinámica $\breve{\mathbf{r}}_a$, la velocidad dinámica $\breve{\mathbf{v}}_a$ y la aceleración dinámica $\breve{\mathbf{a}}_a$ de una partícula A respecto a un sistema de referencia S, están dadas por:

$$\breve{\mathbf{r}}_a \;=\; \mathbf{r}_a + \breve{\mathbf{r}}_S$$

$$\breve{\mathbf{v}}_a \;=\; \mathbf{v}_a + \breve{\omega}_S \times \mathbf{r}_a + \breve{\mathbf{v}}_S$$

$$\breve{\mathbf{a}}_a \;=\; \mathbf{a}_a + 2\,\breve{\omega}_S \times \mathbf{v}_a + \breve{\omega}_S \times (\breve{\omega}_S \times \mathbf{r}_a) + \breve{\alpha}_S \times \mathbf{r}_a + \breve{\mathbf{a}}_S$$

donde $\mathbf{r}_a$, $\mathbf{v}_a$ y $\mathbf{a}_a$ son la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula A respecto al sistema de referencia S. $\breve{\mathbf{r}}_S$, $\breve{\mathbf{v}}_S$, $\breve{\mathbf{a}}_S$, $\breve{\omega}_S$ y $\breve{\alpha}_S$ son la posición dinámica, la velocidad dinámica, la aceleración dinámica, la velocidad angular dinámica y la aceleración angular dinámica del sistema de referencia S respecto al sistema de referencia dinámico Š.

La posición dinámica $\breve{\mathbf{r}}_S$, la velocidad dinámica $\breve{\mathbf{v}}_S$, la aceleración dinámica $\breve{\mathbf{a}}_S$, la velocidad angular dinámica $\breve{\omega}_S$ y la aceleración angular dinámica $\breve{\alpha}_S$ de un sistema de referencia S fijo a una partícula S respecto al sistema de referencia dinámico Š, son como sigue:

$$\breve{\mathbf{r}}_S \;\doteq\; \int\!\int (\mathbf{F}_0/m_s)\; dt\; dt$$

$$\breve{\mathbf{v}}_S \;\doteq\; \int (\mathbf{F}_0/m_s)\; dt$$

$$\breve{\mathbf{a}}_S \;\doteq\; (\mathbf{F}_0/m_s)$$

$$\breve{\omega}_S \;\doteq\; \pm \left|(\mathbf{F}_1/m_s - \mathbf{F}_0/m_s)\cdot(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)/(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)^2\right|^{1/2}$$

$$\breve{\alpha}_S \;\doteq\; d(\breve{\omega}_S)/dt$$

donde $\mathbf{F}_0$ y $\mathbf{F}_1$ son las fuerzas netas que actúan sobre el sistema de referencia S en los puntos 0 y 1, $\mathbf{r}_0$ y $\mathbf{r}_1$ son las posiciones de los puntos 0 y 1 respecto al sistema de referencia S y m_s es la masa de la partícula S (el punto 0 es el origen del sistema de referencia S y el centro de masa de la partícula S) (el punto 0 pertenece al eje de rotación dinámica y el segmento 01 es perpendicular al eje de rotación dinámica) (el vector $\breve{\omega}_S$ es colineal con el eje de rotación dinámica)

Ecuación de Movimiento

Desde la tercera transformación se deduce que la aceleración $\mathbf{a}_a$ de una partícula A de masa m_a respecto a un sistema de referencia S, está dada por:

$$\mathbf{a}_a = \mathbf{F}_a/m_a - 2\,\breve{\omega}_S \times \mathbf{v}_a - \breve{\omega}_S \times (\breve{\omega}_S \times \mathbf{r}_a) - \breve{\alpha}_S \times \mathbf{r}_a - \breve{\mathbf{a}}_S$$

donde $\mathbf{F}_a$ es la fuerza neta que actúa sobre la partícula A ($\breve{\mathbf{a}}_a \doteq \mathbf{F}_a/m_a$)

Observaciones

La mecánica clásica alternativa de partículas presentada en este trabajo es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia y puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.

Este trabajo considera, por un lado, que no todas las fuerzas obedecen la tercera ley de Newton (en su forma fuerte o en su forma débil) y, por otro lado, que todas las fuerzas son invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia ($\mathbf{F}' = \mathbf{F}$)

Finalmente, desde la ecuación de movimiento se deduce que un sistema de referencia S es inercial cuando ($\breve{\omega}_S = 0$ y $\breve{\mathbf{a}}_S = 0$) y que éste es no inercial cuando ($\breve{\omega}_S \neq 0$ o $\breve{\mathbf{a}}_S \neq 0$)

Bibliografía

D. Lynden-Bell and J. Katz, Classical Mechanics without Absolute Space (1995)

J. Barbour, Scale-Invariant Gravity: Particle Dynamics (2002)

R. Ferraro, Relational Mechanics as a Gauge Theory (2014)

A. Torassa, Ecuación General de Movimiento (2013)

A. Torassa, Mecánica Clásica Alternativa (2013)

A. Torassa, Una Reformulación de la Mecánica Clásica (2014)

A. Torassa, Un Nuevo Principio de Conservación de la Energía (2014)

Apéndice

Para un sistema de N partículas, las siguientes definiciones son también aplicables:

Momento Angular $\breve{\mathbf{L}}' \doteq \sum_i m_i (\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_{cm}) \times (\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_{cm})$

Trabajo $\breve{W}' \doteq \sum_i \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_{cm}) = \sum_i \Delta\, 1/2\, m_i (\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_{cm})^2$

Energía Cinética $\Delta \breve{K}' \doteq \sum_i \Delta\, 1/2\, m_i (\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_{cm})^2$

Energía Potencial $\Delta \breve{U}' \doteq \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_{cm})$

Lagrangiano $\breve{L}' \doteq \breve{K}' - \breve{U}'$

donde $\breve{\mathbf{r}}_{cm}$ y $\breve{\mathbf{v}}_{cm}$ son la posición dinámica y la velocidad dinámica del centro de masa del sistema de partículas. $\sum_i \int_1^2 m_i \breve{\mathbf{a}}_i \cdot d(\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_{cm}) = \sum_i \int_1^2 m_i (\breve{\mathbf{a}}_i - \breve{\mathbf{a}}_{cm}) \cdot d(\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_{cm}) = \sum_i \Delta\, 1/2\, m_i (\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_{cm})^2$

El momento angular $\breve{\mathbf{L}}'$ de un sistema aislado de N partículas permanece constante si las fuerzas internas obedecen la tercera ley de Newton en su forma fuerte.

$\breve{\mathbf{L}}' = \text{constante}$

$d(\breve{\mathbf{L}}')/dt = \sum_i m_i (\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_{cm}) \times (\breve{\mathbf{a}}_i - \breve{\mathbf{a}}_{cm}) = \sum_i m_i (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) \times \breve{\mathbf{a}}_i = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = 0$

$\breve{\mathbf{L}}' \doteq \sum_i m_i (\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_{cm}) \times (\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_{cm}) = \sum_i m_i (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) \times [\mathbf{v}_i + \breve{\omega}_S \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) - \mathbf{v}_{cm}]$

La energía mecánica $\breve{E}'$ de un sistema de N partículas permanece constante si el sistema está sujeto solamente a fuerzas conservativas.

$\breve{E}' \doteq \breve{K}' + \breve{U}' = \text{constante}$

$\Delta \breve{E}' = \Delta \breve{K}' + \Delta \breve{U}' = 0$

$\Delta \breve{K}' \doteq \sum_i \Delta\, 1/2\, m_i (\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_{cm})^2 = \sum_i \Delta\, 1/2\, m_i [\mathbf{v}_i + \breve{\omega}_S \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) - \mathbf{v}_{cm}]^2$

$\Delta \breve{U}' \doteq \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_{cm}) = \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm})$

donde $\mathbf{r}_{cm}$ y $\mathbf{v}_{cm}$ son la posición y la velocidad del centro de masa del sistema de partículas respecto a un sistema de referencia S y $\breve{\omega}_S$ es la velocidad angular dinámica del sistema de referencia S. Si el sistema de partículas es aislado y si las fuerzas internas obedecen la tercera ley de Newton en su forma débil entonces: $\sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}) = \sum_i - \int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i$